

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.0141

边坡稳定性分析双折减法的几个问题

朱彦鹏^{1,2}, 杨晓宇^{1,2}, 马孝瑞^{1,2}, 杨校辉^{1,2}, 叶帅华^{1,2}

(1. 兰州理工大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心, 甘肃 兰州 730050)

摘 要: 在强度参数坐标系中, 借助强度储备面积的概念, 推导出双折减法的边坡安全系数表达式, 其具有理论支持, 且与已有的关系式相比未产生较大的偏差, 意义更明确。在基于折减比 K 实现的双强度折减法中, 相同的 K 值, 采用不同的数学表达式, 将产生不同的折减起步方式, 由此出现了不同的虚拟初始点。严格意义上讲, 两种方式折减路径确有不同, 但结果表明, 虚拟初始点的不同所导致的 2 种折减路径, 本质上具有统一性, 不会对结果产生影响, 建议选取较短的路径, 可以减少折减次数; 双折减法由于在路径上与传统折减法有所区别, 而仅与传统强度折减法计算结果进行偏差分析, 难免出现结果失真。围绕强度弱化的本质, 提出 2 个判断标准, 一是应满足数值精度的要求, 另一个则是必须符合客观事实, 即强度折减必须体现出强度弱化的概念。

关 键 词: 边坡稳定性分析; 有限元强度折减法; 双折减法; 安全系数关系式; 双折减法适用范围

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018) 01-0331-09

Several questions of double reduction method for slope stability analysis

ZHU Yan-peng^{1,2}, YANG Xiao-yu^{1,2}, MA Xiao-rui^{1,2}, YANG Xiao-hui^{1,2}, YE Shuai-hua^{1,2}

(1. College of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China;

2. Western Center of Disaster Mitigation in Civil Engineering, Ministry of Education, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

Abstract: In the coordinate system of strength parameters, utilizing the concept of strength reserve area can deduce the FOS expression of double reduction method (DRM), which is more rational than several existing expressions, and the results do not have enormous deviations from results of existing expressions. In this new method, for the same K , adopting different mathematical expressions gets different virtual initial points. There are two approaches that are based on the ratio of reduction. The first approach only adjusts $\tan\phi$, and the other only adjusts friction. In theory, these two reduction paths are different. However, this research shows that the difference has no influence on results of DRM, and selecting the shortest reduction path can reduce calculation time. The reduction strategy of traditional strength reduction method (SRM) is different from double reduction method. In DRM result, the critical friction and cohesion appear in such a way that critical friction is over initial friction, or critical cohesion is over initial cohesion, which is not reasonable. By analyzing DRM calculation results given various K , and focusing on the essence of strength reduction method to get two types of results. The first type result is the result that has to conform to calculation accuracy, and the other result is that the result has to align with the fact that critical points must embody the phenomenon of parameters of the weakening.

Keywords: slope stability analysis; finite element strength reduction method; double reduction method (DRM); expression of safety factor; DRM applicable scope

1 引 言

有限元法常利用强度折减技术^[1-2]对边坡进行稳定性分析。而国内学者对有限元强度折减法

(strength reduction method, 简称 SRM) 进行了大量研究, 郑颖人^[3]、赵尚毅^[4-5]等研究了该方法的安全系数定义、计算精度、收敛准则、边界范围及屈服准则等; 郑宏等^[6]则深入研究了弹性模量、泊松

收稿日期: 2016-01-20

基金项目: 教育部长江学者创新团队支持计划(No. IRT_17R51); 甘肃省科技重大专项计划(No. 1302FKDA030); 国家自然科学基金(No. 51508256); 甘肃省建设科技攻关项目(No. JK2015-5); 兰州市科技计划项目(No. 2015-3-131)。

This work was supported by the Yangtze River Scholar Innovation Team Support Program of Ministry of Education of China (2013IRT13068), the Major Projects of Science and Technology Plan Projects of Gansu Province (1302FKDA030), the National Natural Science Foundation of China (51508256), the Construction of Science and Technology Research Projects of Gansu Province (JK2015-5) and the Science and Technology Plan Projects of Lanzhou (2015-3-131).

第一作者简介: 朱彦鹏, 男, 1960 年生, 硕士, 教授, 博士生导师, 主要从事支挡结构、地基处理和工程事故处理与分析等方面的研究工作。

E-mail: zhuyp1@163.com

比对该方法的影响。这些研究成果都推动了 SRM 在实际中的应用与发展。相比于最早得到应用的极限平衡法,有限元强度折减法的优势^[7]在于能够更好地适用于复杂的地质条件,并且考虑了土体的本构关系,不用事先设定潜在滑动面,它的计算更加贴近真实情况。一种计算方法的不断发展,其趋势必然是不断地贴近真实情况。而传统的强度折减法也有不足,认为黏聚力和内摩擦角在边坡失稳过程中是同等程度的下降,这样的观点明显与真实的情况不符合。

针对上述缺陷,唐芬等^[8-11]提出了双折减法(double reduction method, 简称为 DRM),白冰等^[12-13]对双折减法的存在依据以及安全系数的定义给出了新的解释,Yuan 等^[14]利用数据拟合的方式给出了双折减法安全系数表达式,赵炼恒等^[15]基于虚功原理推导了边坡安全系数的目标函数表达式,袁维等^[16]在采用双折减法进行计算时同时考虑了变形参数变化。考虑到黏聚力和内摩擦角各自产生的物理机制不同,在边坡失稳破坏的这个渐进过程中,它们各自衰减的程度势必也不一样,采用不同的折减系数更为合理。虽然 DRM 早已被提出,但目前,仍没有得到广泛的应用,该方法中许多问题并没有得到较好的解决,限制了其发展,本文围绕 DRM 中如下 3 个核心的问题展开研究。

(1) 评价边坡的稳定性时,安全系数只有一个,而 DRM 中由于双折减系数(SRF_1 、 SRF_2)的存在,如何确定边坡安全系数表达式 $Fos = f(SRF_1, SRF_2)$ 就成为一个棘手的问题。文献[8-11]采用平均值或者最小值来确定^[8-11],文献[14]则根据数据拟合所得 DRM 的安全系数关系式,而这些关系式尚缺乏足够的理论验证和合理性说明。

(2) 双折减法(DRM)在以折减比 $K = SRF_\phi / SRF_c = SRF_1 / SRF_2$ 为折减配套机制进行计算时(为了严谨起见,作如下说明: SRF_1 、 SRF_2 为 DRM 中考虑 ϕ 、 c 同时作用时 ϕ 、 c 各自的折减系数;而 RF_ϕ 、 SRF_c 分别为单独折减 ϕ 、单独折减 c 时,它们各自的安全系数),究竟是选用 $SRF_1 = K \cdot SRF_2$,还是选用 $SRF_2 = SRF_1 / K$ 来进行双折减运算?不同的选择将会得到不同的“虚拟初始点”。严格意义上讲,DRM 中这种不同将导致折减路径不同,即同一个 K 值,由于折减起步方式的不同将产生不同的折减路径,对于边坡安全系数和临界状态参数值影响如何?这个问题还未有人提出并关注。

(3) 单纯地去对比 DRM 与 SRM 的计算结果无法有效说明 DRM 自身的特性表现,所以对于 DRM

计算结果认可度的判断条件以及该方法适用范围的研究是非常有价值的。

2 安全系数关系式的确定

为了便于对边坡进行稳定性评价,工程中安全系数的取值只有一个。由于 SRM 就是折减比 $K=1.00$ 时的 DRM,所以它本身所得的两个折减系数是相等的,这对于边坡安全系数的确定十分方便;而 DRM 中 $K \neq 1.00$,此时对于边坡安全系数的确定就表现为确定 $Fos = f(SRF_1, SRF_2)$ 的表达式。

这里对 DRM 计算方法作简要叙述,其详细步骤见文献[8-11]。单独折减内摩擦角直至失稳,所得折减系数为 SRF_ϕ ,单独折减黏聚力达到失稳时得到 SRF_c ,则折减比 $K = SRF_\phi / SRF_c$ 可以确定;然后考虑黏聚力和内摩擦角共同作用下的计算,在折减的过程中,始终保证折减系数 SRF_1 与 SRF_2 之比恒为 K ,直至边坡失稳,然后得到临界时刻所对应的折减系数。

2.1 边坡安全系数公式的理论推导

传统强度折减技术在边坡稳定性分析中,其最终的折减系数就是边坡的安全系数。双折减法实际上包括了传统的强度折减法,Bai 等^[12]已指出,虽然他采取的双折减法并非是基于折减比 K 的双折减法,但是在折减策略上与折减比 K 实现的 DRM 是一致的,都是异步折减。SRM 只是 DRM 的一种特殊情况,其原因在于:①就折减方式来说, $K=1$ 时 DRM 的折减系数的定义与 SRM 的完全一致,即表示内摩擦角和黏聚力的折减程度是相同的,这种折减策略正是 SRM 的策略;②在安全系数的表达式中,DRM 也将 SRM 包含在内。

对于 $K=1$ 的双折减法来说,存在以下关系式:

$$Fos = SRF_1 = SRF_2 \quad (1)$$

式中: Fos 为边坡的安全系数。

由此,可得

$$Fos^2 = SRF_1^2 = SRF_2^2 \quad (2)$$

根据文献[8-11]给出的双折减系数定义, $SRF_1 = \tan \phi_0 / \tan \phi'$, $SRF_2 = c_0 / c'$,则又可得以下公式:

$$Fos^2 = SRF_1 \cdot SRF_2 = \frac{\tan \phi_0}{\tan \phi'} \cdot \frac{c_0}{c'} \quad (3)$$

式中: c_0 、 ϕ_0 为初始强度参数; c' 、 ϕ' 为临界时刻的强度参数。

以上都是基于传统强度折减法 SRM 而言的,

也就是 $K=1.00$ 时的双强度折减法。为了从特殊情况 ($K=1.00$) 推广到一般情况 ($K \neq 1.00$)，这里笔者提出“强度储备面积”的概念。在强度参数坐标系中， $c_0 \tan \varphi_0$ 表示初始强度参数点与坐标原点 (0, 0) 为角点的矩形的面积 S_0 ；横、纵坐标的乘积是矩形面积，是直角坐标系自有的性质，这是无条件成立的；同理， $c' \tan \varphi'$ 就是代表了临界状态点与坐标原点 (0, 0) 为角点的矩形面积 S' ，如图 1 所示。需要指出的是，对于面积 S 来说，它并不是强度本身，它只是描述 $\tan \varphi$ 与 c 的乘积的一个量，在该坐标系下，仅有几何意义。表达式中的分子和分母在强度参数坐标系中分别代表了初始强度储备面积 S_0 和临界强度面积 S' ，利用这个概念来确定双折减法中的边坡安全系数关系式，则安全系数关系式可以定义为

$$Fos = \sqrt{\frac{S_0}{S'}} = \sqrt{\frac{\tan \varphi_0 \cdot c_0}{\tan \varphi' \cdot c'}} = \sqrt{SRF_1 \cdot SRF_2} \quad (4)$$

式中： S_0 为初始强度储备面积； S' 为临界强度面积。

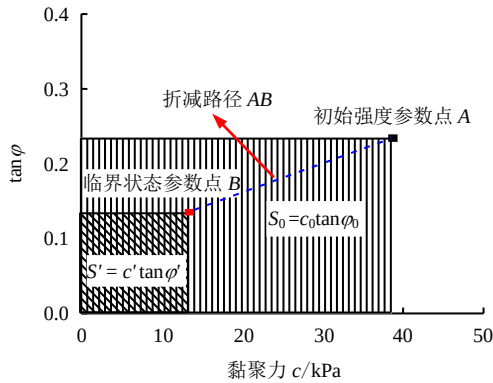


图 1 初始面积 S_0 和临界面积 S'
Fig.1 Initial area S_0 and critical area S'

通过强度储备面积的概念来定义安全系数是具有合理性的。首先，强度折减法中对于安全系数的定义通常采用强度储备的概念^[17-18]来定义，而两个面积的比值也体现出了强度储备的概念，需要注意的是，对式 (4) 本身而言，其实也可以由图 1 中面积的定义直接给出，笔者上述的推导只是特殊到一般的一种思考方式，并不影响式 (4) 本身的独立性；其次，该定义式更关心的是强度的变化，这也正是强度折减的核心思想，强度折减本质是强度的“弱化、劣化”，而强度参数的降低只是实现强度弱化的一种形式，临界参数点并不唯一，对于一个临界点，少许地增大黏聚力的值，同时降低一些内摩擦角的值，在有限元计算中仍有可能使得计算不收敛。也就是说，达到临界强度与达到临界强度参数是完全

不同的概念。按照本文的思路，边坡失稳的这个渐进过程又可以描述为：在强度参数坐标系中，失稳过程就是初始强度储备面积 S_0 不断地向临界强度储备面积 S' 接近的一个过程，且在这个过程中，通过折减参数使得矩形的右上角点位置改变，从而导致面积的不断改变，这个角点的变化轨迹在 $\tan \varphi - c$ 坐标系中体现为强度折减的路径。

2.2 已有的几种 $f(SRF_1, SRF_2)$ 关系式

目前，基于折减比 K 的双折减法中，边坡安全系数的关系式 $Fos = f(SRF_1, SRF_2)$ ，有以下 3 种：

(1) 唐芬等^[8-11]提出可以取两者的平均值作为安全系数，即

$$Fos = \frac{SRF_1 + SRF_2}{2} \quad (5)$$

该种关系式虽然计算简单，且都考虑到了 SRF_1 和 SRF_2 共同的影响，但缺乏理论上的证明，没有明确的物理意义。

(2) 取 SRF_1 和 SRF_2 中的最小值^[16]作为安全系数，即

$$Fos = \min[SRF_1, SRF_2] \quad (6)$$

该种确定方式，其实是一种偏于保守和安全的選擇，仅考虑到了 SRF_1 和 SRF_2 中的一个，而忽略了另一个的影响，缺乏必要的理论依据。

(3) Yuan 等^[14]利用多个不同坡角的算例计算，拟合出安全系数-位移的关系曲线，从而求解出安全系数关系式：

$$Fos = \frac{\sqrt{2SRF_2 \cdot SRF_1}}{\sqrt{SRF_1^2 + SRF_2^2}} \quad (7)$$

该关系式也得到了其他学者的认同，文献[15]就使用了该公式，它相对于前两种具有理论上证明，说服力也更强，但是局限性也是存在的，因为基于数据的拟合，势必依赖于样本数量，而且边坡稳定性分析中，边坡具体的地质几何模型都是完全不同的，样本差异也非常大，在适用性方面会受到些许影响。

2.3 几种 $f(SRF_1, SRF_2)$ 的差异对比

考虑到式 (4)、(5)、(7)、都是 DRM 的安全系数公式，所以必然满足 $SRF_1 = K \cdot SRF_2$ ，代入以上三式后，得

$$f_1 = (0.5 + 0.5K) \cdot SRF_2 \quad (8)$$

$$f_2 = \frac{\sqrt{2K}}{\sqrt{1+K^2}} \cdot SRF_2 \quad (9)$$

$$f_3 = \sqrt{K} \cdot SRF_2 \quad (10)$$

式中: f_1 、 f_2 、 f_3 为由式 (4)、(5)、(7) 所确定的边坡的安全系数。

由于式 (8)~(10) 中的 SRF_2 , 对于同一个边坡的计算都是相同的, 因此它们的大小关系仅取决于系数 K , 上述 3 式的大小关系等价于以下关系式:

$$F_1(K) = 0.5 + 0.5K \quad (11)$$

$$F_2(K) = \frac{\sqrt{2K}}{\sqrt{1+K^2}} \quad (12)$$

$$F_3(K) = \sqrt{K} \quad (13)$$

式中: F_1 、 F_2 、 F_3 为由 K 为自变量所表示的边坡安全系数, 分别对应与前文的 f_1 、 f_2 、 f_3 。

后文得出算例 1 中 DRM 适用范围为 $K \in [0.60, 1.40]$, 在该范围内双折减法的计算结果是可以接受的。所以, 这里定义域取为 $K \in [0.60, 1.40]$, 三者的函数曲线见图 2。

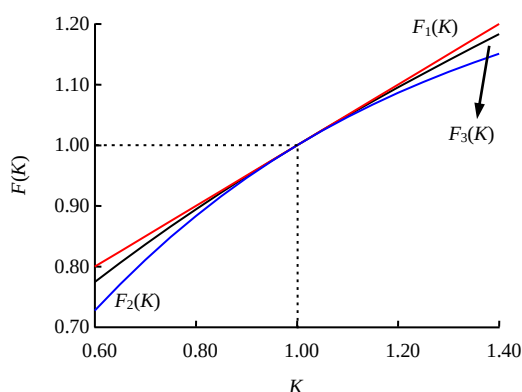


图 2 $f(K)$ 关系曲线
Fig.2 Curves of $f(K)$

图 2 中, 在 0.60 到 1.40 的范围内, 根据函数值大小, 可以得出 $F_1(K) \geq F_3(K) \geq F_2(K)$, 即本文所提出的 DRM 安全系数关系式所计算出的安全系数, 介于其他两者之间, 并未有巨大的偏差, 3 种边坡安全系数的表达在 $K \in [0.80, 1.20]$ 内, 计算结果差距很小。式 (4) 是基于折减系数定义推导而得的, 具有合理性, 且意义较为明确。因此, 在 DRM 中以此式来计算安全系数是可行的。

3 不同虚拟初始点的研究

双折减法在实现过程中, 与 SRM 的区别在于折减路径的选择不同, 从而导致了最终所得到的临界点不同。

3.1 不同虚拟初始点的产生

在 DRM 中考虑黏聚力、内摩擦角共同折减时, 由于 K 的大小在之前的步骤中已经确定, 在真正的折减还未发生时, 就对初始参数值进行了调整, 调整后的点这里称为虚拟初始点, 这个点对于边坡而言不是真实存在的。对于“调整”的理解可以有两个角度, 即两种折减起步方式: ①设 $SRF_2 = 1.000$, 以 $SRF_1 = SRF_2 \cdot K$ 来调整; ②设 $SRF_1 = 1.000$, 以 $SRF_2 = SRF_1 / K$ 来调整。例如, 设 $K=0.80$, 边坡初始强度参数为 $c_0 = 42.000$ kPa, $\varphi_0 = 27.00^\circ$ (即 $\tan \varphi_0 = 0.5095$), 因此对于折减起步方式①来说, 所得到的虚拟初始点 1 的参数值为 $c_{v1} = 42.000$ kPa, $\tan \varphi_{v1} = 0.6369$, 对于折减起步方式②而言, 该种方式得到的虚拟初始点为 $c_{v2} = 33.600$ kPa, $\tan \varphi_{v2} = 0.5095$ 。上述的两种调整方式, 相当于一个调整了内摩擦角的值, 另一个调整了黏聚力的值, 如图 3 所示。当 $K > 1.00$ 时的调整见图 4, 图中取 $K = 1.20$ 。

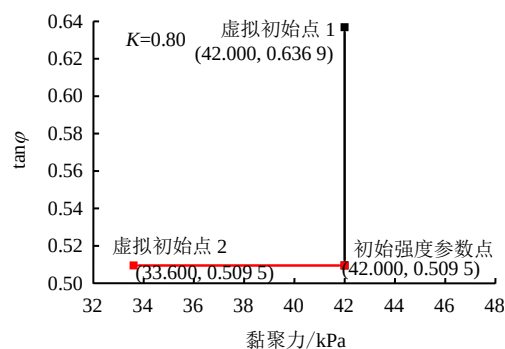


图 3 虚拟初始点 ($K=0.80$)
Fig.3 Virtual initial points ($K=0.80$)

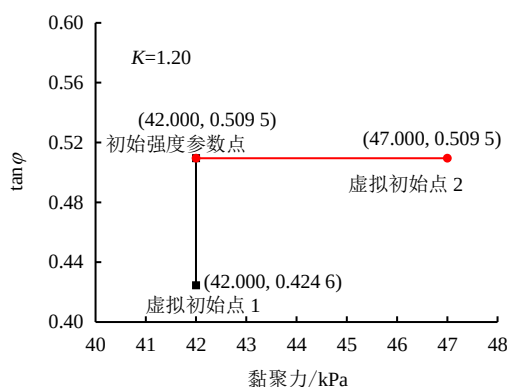


图 4 虚拟初始点 ($K=1.20$)
Fig.4 Virtual initial points ($K=1.20$)

在同一个边坡计算中, K 值是唯一确定的, 但由于采用了不同的折减起步方式, 却产生了不同的虚拟初始点, 更重要的是这两种起步方式在数学意

义上是一致的, 采用哪一个都没有错误。如果最终计算结果是不同的, 那么对于基于折减比 K 的双折减法而言, 其合理性、真实性就会受到质疑。

3.2 对于结果的影响

为了使结果具有对比性以供参考, 算例 1 取自于文献[19]中一个经典边坡算例, 边坡计算模型见图 5, 分别用两种折减起步方式进行 DRM 计算, 观察两者的折减路径方式和虚拟初始点的计算结果异同。算例 1 的有限元模型如图 6 所示, 岩土材料参数取值见表 1。失稳判据为有限元计算不收敛, 采用非相关流动准则, 不考虑剪胀角影响, 采用 Mohr-Coulomb 屈服准则, 收敛准则为位移收敛, 收敛容差为 0.001。网格密度为 1, 四边形低阶单元。

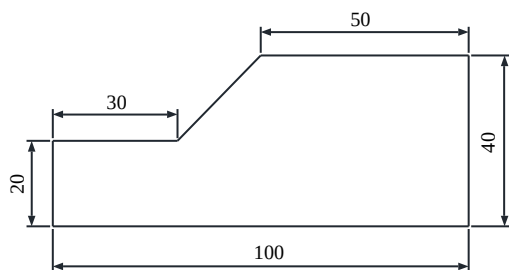


图 5 算例 1 边坡尺寸 (单位: m)

Fig.5 Initial configurations of model 1 (unit: m)

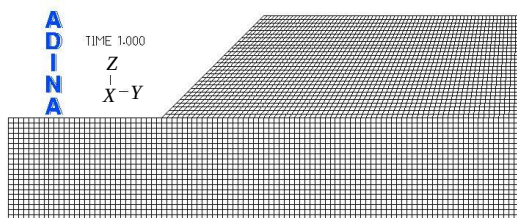


图 6 算例 1 有限元模型

Fig.6 FEM model 1

表 1 算例 1 材料参数

Table 1 Material parameters of model 1				
E/kPa	ν	$\gamma/(\text{kN}/\text{m}^3)$	c/kPa	$\varphi/(\text{°})$
1×10^5	0.30	20.00	42.000	17.00

单独折减内摩擦角所得 $SRF_\varphi = 1.930$, 单独折减黏聚力所得的折减系数 $SRF_c = 1.510$, 则折减比 $K=1.28$; 边坡安全系数的确定可利用公式 $Fos = \sqrt{SRF_1 \cdot SRF_2}$ 。

(1) 采取第 1 种折减起步方式时, $SRF_2 = 1.000$, $SRF_1 = SRF_2 \cdot K = 1.280$, 虚拟初始点值为 $c_{v1} = 42.000 \text{ kPa}$, $\tan \varphi_{v1} = 0.2389$, 继续折减, 边坡在 $SRF_2 = 1.140$, $SRF_1 = 1.460$ 时, 达到临界状态,

安全系数 $Fos = \sqrt{SRF_1 \cdot SRF_2} = 1.290$; 临界强度参数 $c' = 36.842 \text{ kPa}$, $\tan \varphi' = 0.2098$ 。

(2) 第 2 种折减起步方式的计算, $SRF_1 = 1.000$, $SRF_2 = SRF_1 / K = 0.780$, 虚拟初始点值为 $c_{v2} = 53.682 \text{ kPa}$, $\tan \varphi_{v2} = 0.3057$, 继续折减, 当 $SRF_1 = 1.460$, $SRF_2 = 1.140$ 时达到临界状态, 最终临界强度参数值与第 1 种方式的相同, 为 $c' = 36.842 \text{ kPa}$, $\tan \varphi' = 0.2098$ 。

两种起步方式计算的虚拟初始点和临界状态点值见表 2。如图 7 所示, 采取不同的折减起步方式, 带来的直接影响就是虚拟初始点的不同, 一个是对内摩擦角的调整, 而另一种是对黏聚力的调整。严格地说, 图 7 中两种方式的折减路径确实是不同的, 但可以看到在虚拟初始点之后的折减路径是具有统一性的, 具有相同的斜率, 所得到的临界点也是相同的, 没有对最终结果产生影响。也就是说, 两种方式并无本质上的差别。这绝非是算例选择的偶然性带来的。无论是 SRM 还是 DRM, 都是基于线性折减理论来实现的, 通过证明是可以得到结论的普适性、必然性。证明如下: 基于线性折减理论, 对于 SRM 来说, 折减路径必然通过 $(0, 0)$ 点; 对于 DRM 来说, 就是虚拟初始点之后的路径必然过原点, 同时又由于有限元计算时失稳判据的选择是计算前就确定的, 那么, 只需证明 2 个虚拟初始点、以及 $(0, 0)$ 点, 3 点共线即可。

表 2 算例 1 计算结果
Table 2 Results of model 1

起步方式	虚拟初始点		临界参数点	
	c_v/kPa	$\tan \varphi_v$	c'/kPa	$\tan \varphi'$
1	42.000	0.2389	36.842	0.2098
2	53.682	0.3057	36.842	0.2098

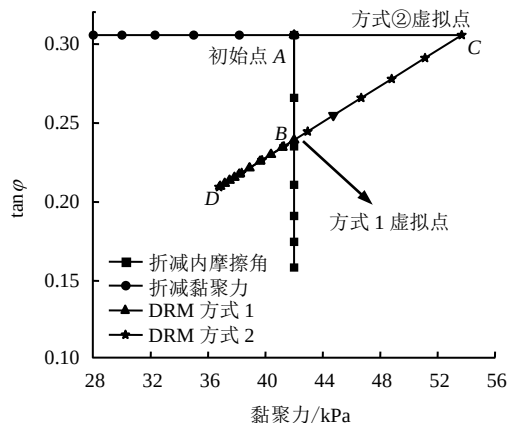


图 7 折减路径

Fig.7 Paths of strength reduction

依据双折减法的原理, 以及第 1 种虚拟点的产生原因, 方式 1 所得的虚拟点参数值分别为

$$\tan \varphi_{v1} = \frac{\tan \varphi_0}{SRF_1} = \frac{\tan \varphi_0}{1 \times K} \quad (14)$$

$$c_{v1} = \frac{c_0}{SRF_2} = \frac{c_0}{1} = c_0 \quad (15)$$

则该点与 (0, 0) 点间线段的斜率 $slope_1$ 为

$$slope_1 = \frac{\tan \varphi_{v1} - 0}{c_{v1} - 0} = \frac{\tan \varphi_0}{Kc_0} \quad (16)$$

同理, 可以得出方式 2 的虚拟点的参数值:

$$\tan \varphi_{v2} = \frac{\tan \varphi_0}{SRF_1} = \frac{\tan \varphi_0}{1} = \tan \varphi_0 \quad (17)$$

$$c_{v2} = \frac{c_0}{SRF_2} = \frac{c_0}{\frac{1}{K}} = Kc_0 \quad (18)$$

综上所述可得

$$slope_1 = slope_2 = \frac{\tan \varphi_0}{Kc_0} \quad (19)$$

因此, 双折减法中, 折减起步方式的不同并不会导致计算结果有所差别, 只影响了虚拟初始点的位置, 而虚拟初始点本身并不是边坡稳定性分析中所关心的对象, 对于 DRM 的计算结果不会产生影响; 笔者在计算中发现, 不同的虚拟初始点只会对计算量 (折减次数) 造成影响, 在图 7 中, AB 段长度短于 CB 段, 选取 ABD 的折减路径方式, 能够以较少的计算次数就可以折减到临界点 D。第 1 种折减起步方式的虚拟初始点距离临界点较近, 所以笔者推荐采取第 1 种折减起步方式来进行 DRM 计算。

4 双折减法适用范围研究

从理论计算上来说, K 是一个正实数, 反映了异步折减的程度, 当其越接近 1, 其结果也就越接近 SRM 的计算结果。双折减法的计算结果能否被接受, 及需要采取何种判断标准仍值得进一步研究。

依然以算例 1 为计算对象, 土体强度参数不变, 为表 1 所给出的数值。为了研究折减比 K 值对结果的影响, 分别给定 K 值来进行双折减法计算, K 分别为 0.20、0.40、0.60、0.80、1.00、1.20、1.40、1.60、1.80、2.00、2.20、2.40、2.60、2.80、3.00, 共 15 组; 以有限元计算不收敛作为失稳判据, 采用非相关流动准则, 不考虑剪胀角影响, 采用 Mohr-Coulomb 屈服准则, 收敛准则为位移收敛, 收敛容差为 0.001, 网格密度为 1, 四边形低阶单元。边坡安全系数的确定采用本文所提出的式 (4)。

对于双折减法而言, 笔者认为, 应符合以下 2

个判断标准;

(1) 对于临界状态点的描述, 必须符合客观事实。因为边坡失稳的这个过程, 本质是岩土材料强度的不断衰减与弱化, 而强度的弱化是通过降低强度参数来实现的, 所以, 临界状态的黏聚力和内摩擦角的值都必将小于初始状态值, 这样才能表现出强度衰减、劣化的本质。

(2) 笔者认为, DRM 的计算结果与 SRM 或者极限平衡法的计算结果偏差不应过大, 若在 5% 以下, 则 DRM 的结果可以采用; 否则, 偏差过大, 目前来看, 不建议采用该方法。

K 值对于 3 个折减系数的影响见图 8, 可以看出, 取 SRF_1 和 SRF_2 中最小者的确定方式, 具体反映为图 8 中 SRF_1-K 曲线的左下部分和 SRF_2-K 曲线的右下部分, 是一种偏于保守的做法。对于判断标准 (1), 需要进行临界点和初始点的对比。图 9 为在强度参数坐标系中的临界点与初始点位置关系, K 分别为 0.20、0.40 时, 计算所得临界点处于内摩擦角增强区, 出现了增强的现象, 这与客观事实不符, DRM 失效; 当 $K \geq 2.00$ 时, 所得临界点均处于黏聚力增强区, 也是不符合实际情况的, DRM 失效。根据判断标准 1, 筛选出可以接受的 K 值, $K \in [0.60, 1.80]$, 见表 3。

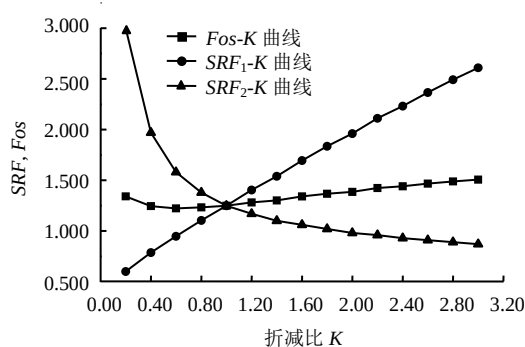


图 8 $SRF-K$ 、 $Fos-K$ 曲线
Fig.8 $SRF-K$ and $Fos-K$ curves

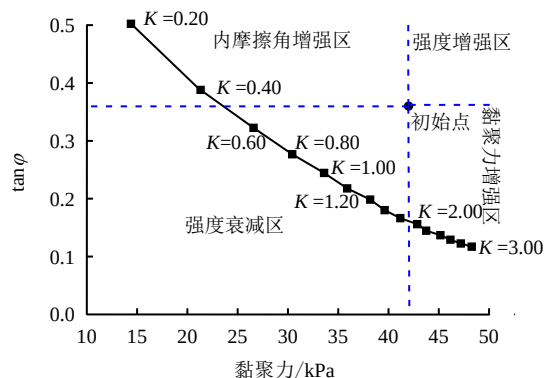


图 9 临界点位置
Fig.9 Critical point positions

表 3 不同 K 值下 DRM 计算结果
Table 3 DRM results of various K

K 值	临界状态参数				Fos	误差 /%	标准	
	SRF_1	SRF_2	c'/kPa	$\tan\phi'$			(1)	(2)
0.20	0.600	3.000	14.000	0.509 6	1.342	7.33	0	0
0.40	0.788	1.970	21.320	0.388 0	1.246	-0.33	0	1
0.60	0.948	1.580	26.582	0.322 5	1.224	-2.09	1	1
0.80	1.104	1.380	30.435	0.276 9	1.234	-1.26	1	1
1.00	1.250	1.250	33.600	0.244 6	1.250	0.00	1	1
1.20	1.404	1.170	35.897	0.217 8	1.282	2.53	1	1
1.40	1.540	1.100	38.182	0.198 5	1.302	4.12	1	1
1.60	1.696	1.060	39.623	0.180 3	1.341	7.26	1	0
1.80	1.836	1.020	41.177	0.166 5	1.368	9.48	1	0
2.00	1.960	0.980	42.857	0.156 0	1.386	10.87	0	0
2.20	2.112	0.960	43.750	0.144 8	1.424	13.91	0	0
2.40	2.232	0.930	45.161	0.137 0	1.441	15.26	0	0
2.60	2.366	0.910	46.154	0.129 2	1.467	17.39	0	0
2.80	2.492	0.890	47.191	0.122 7	1.489	19.14	0	0
3.00	2.610	0.870	48.276	0.117 1	1.507	20.55	0	0

注：标准列中 0 代表不宜采用；1 代表结果可以接受。

根据判断标准 2, K 在 $[0.40, 1.40]$ 内的计算结果符合 5% 的精度要求。综合两种判断标准来看, 对于该边坡来说, $K \in [0.60, 1.40]$ 时的 DRM 计算结果是可以接受的。同时, 在水平塑性应变云图 (图 10~13) 中可以看出, 采取了不同的 K 值, 所得的潜在滑裂面也是有所不同的。当 K 值较小时 ($K=0.20$), 塑性变形始于坡脚, 随着 K 值的增加, 滑裂面上移; 当 $K=3.00$ 时, 塑性区较发散, 出现了坡顶塑性区贯通, 但是坡脚处却未贯通, 这与边坡实际破坏的规律是相违背的。

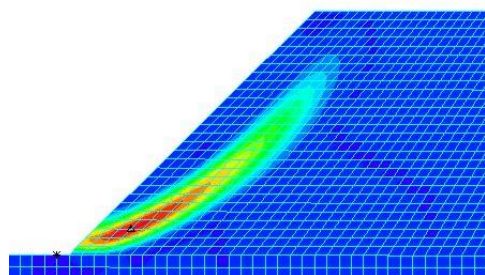


图 10 $K=0.20$ 临界状态水平塑性应变云图
Fig.10 Nephogram of horizontal plastic strain of critical state $K=0.20$

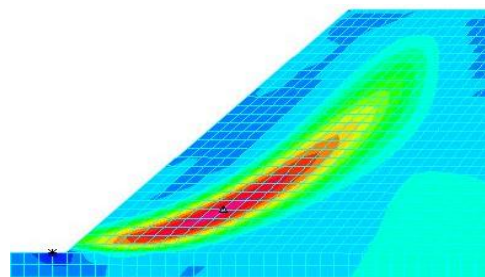


图 11 $K=0.60$ 临界状态水平塑性应变云图
Fig.11 Nephogram of horizontal plastic strain of critical state $K=0.60$

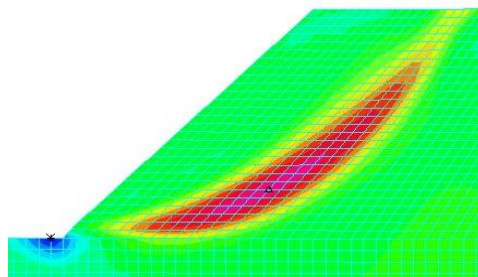


图 12 $K=1.40$ 临界状态水平塑性应变云图
Fig.12 Nephogram of horizontal plastic strain in critical state $K=1.40$

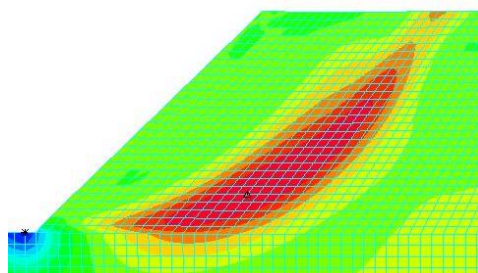


图 13 $K=3.00$ 临界状态水平塑性应变云图
Fig.13 Nephogram of horizontal plastic strain in critical state $K=3.00$

DRM 通过异步折减达到临界状态, 折减路径相对于 SRM 有所不同, 路径表现为通过虚拟初始点的折线, 由此可能导致计算结果出现失真, 这与安全系数的定义以及强度折减的本质相悖, 而且对潜在滑裂面的位置也会带来影响, 通过判断标准(1)可以避免上述现象的产生。

5 结 论

(1) 基于强度储备面积概念而得的 $Fos = \sqrt{SRF_1 \cdot SRF_2}$ 关系式, 相比于已有的双折减法边坡安全系数关系式, 意义明确, 计算也较为简洁。同时在计算结果的对比中, 它的结果介于平均值与式 (7) 的计算结果之间; 双折减法中可以采用该关系式来确定边坡安全系数。

(2) 针对基于折减比 K 的 DRM 计算, 进行了双折减过程研究。本文的研究表明, 选择不同的折减起步方式, 只是对于折减过程中出现的虚拟初始点有影响, 所引起的两种折减路径看似不同, 实际上无本质差别, 具有统一性, 对边坡安全系数、临界状态的参数值没有任何影响。从折减次数的角度看, 采用第 1 种起步方式时, 计算效率是比较高的。

(3) 目前来看, DRM 的适用也是有范围的, 对本文中的算例来说, $K \in [0.60, 1.40]$ 时的 DRM 的

计算结果是可以接受的;本文对一个算例进行了计算,足够说明其中存在的问题。在工程中为了更好地评价边坡稳定性,需要注意所使用方法的适用范围:对于 DRM 的计算结果,应该符合客观事实,可以考虑使用本文提出的两个判断标准来评判结果的合理性。

参考文献

- [1] ZIENKIEWICZ O C, HUMPESON C, LEWIS R W. Associated and nonassociated visco-plasticity in soil mechanics[J]. *Geotechnique*, 1975, 25(4): 671—689.
- [2] GRIFFITHS D V, LANE P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. *Geotechnique*, 1999, 49(3): 59—70.
- [3] 郑颖人, 赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(19): 3381—3388.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Application of strength reduction FEM in soil and rock slope[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(19): 381—388.
- [4] 赵尚毅, 郑颖人, 时卫民, 等. 用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J]. *岩土工程学报*, 2002, 24(3): 343—346.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, SHI Wei-min, et al. Analysis on safety factor of slope by strength reduction FEM[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2002, 24(3): 343—346.
- [5] 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 极限分析有限元法讲座—II 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. *岩土力学*, 2005, 26(2): 332—336.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, ZHANG Yu-fang. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, 26(2): 332—336.
- [6] 郑宏, 李春光, 李焯芬, 等. 求解安全系数的有限元法[J]. *岩土工程学报*, 2002, 24(5): 626—628.
ZHENG Hong, LI Chun-guang, LEE C F, et al. Finite element method for solving the factor of safety[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2002, 24(5): 626—628.
- [7] 郑颖人, 赵尚毅. 岩土工程极限分析有限元法及其应用[J]. *土木工程学报*, 2005, 38(1): 91—98, 104.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Limit state finite element method for geotechnical engineering analysis and its applications[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2005, 38(1): 91—98, 104.
- [8] 唐芬, 郑颖人. 边坡稳定安全储备的双折减系数推导[J]. *重庆交通大学学报(自然科学版)*, 2007, 26(4): 95—100.
TANG Fen, ZHENG Ying-ren. Analysis of safety reserve of slope with two strength reduction factor[J]. *Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science)*, 2007, 26(4): 95—100.
- [9] 唐芬, 郑颖人, 赵尚毅. 土坡渐进破坏的双安全系数讨论[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(7): 1402—1407.
TANG Fen, ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Discussion on two safety factors for progressive failure of soil slope[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(7): 1402—1407.
- [10] 唐芬, 郑颖人. 边坡渐进破坏双折减系数法的机理分析[J]. *地下空间与工程学报*, 2008, 4(3): 436—441.
TANG Fen, ZHENG Ying-ren. Mechanism analysis of dual reduction factors about the progress failure of slope[J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2008, 4(3): 436—441.
- [11] 唐芬, 郑颖人. 基于双安全系数的边坡稳定性分析[J]. *公路交通科技*, 2008, 25(11): 39—44.
TANG Fen, ZHENG Ying-ren. Slope stability analysis based on two safety factors[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2008, 25(11): 39—44.
- [12] BAI Bing, YUAN Wei, LI Xiao-chun. A new double reduction method for slope stability analysis[J]. *Journal of Central South University*, 2014, 21(3): 1158—1164.
- [13] 白冰, 袁维, 石露, 等. 一种双折减法与经典强度折减法的关系[J]. *岩土力学*, 2015, 36(5): 1275—1281.
BAI Bing, YUAN Wei, SHI Lu, et al. Comparing a new double reduction method to classic strength reduction method for slope stability analysis[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, 36(5): 1275—1281.
- [14] YUAN Wei, BAI Bing, LI Xiao-chun, et al. A strength reduction method based on double reduction parameters and its application[J]. *Journal of Central South University*, 2013, 20(9): 2555—2562.
- [15] 赵炼恒, 曹景源, 唐高朋, 等. 基于双强度折减策略的边坡稳定性分析方法探讨[J]. *岩土力学*, 2014, 35(10): 2977—2984.
ZHAO Lian-heng, CAO Jing-yuan, TANG Gao-peng, et al. Discussion on slope stability analysis with double strength reduction technique[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(10): 2977—2984.